

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СОСТОЯНИЯ СТЕНКИ ДВИГАТЕЛЯ БЕЗ ТЕПЛОЗАЩИТНОГО ПОКРЫТИЯ

Мелентьева Е.В.

Мелентьева Елена Владимировна - студент магистратуры,
кафедра математики и информационных технологий,
Педагогический институт
Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск

Аннотация: в статье исследуется поле температур при моделировании состояния стенки двигателя без теплозащитного покрытия. Для исследования поля температур используется метод конечных разностей на равномерной сетке.

Ключевые слова: краевая задача теплопроводности, поле температур, метод конечных разностей.

УДК 517.9

Для определения температурного состояния стенки ракетного двигателя без теплозащитного покрытия рассмотрим задачу, основанную на решении уравнения теплопроводности в следующей физической постановке:

- теплофизические характеристики не зависят от температуры материала;
- на внутренней поверхности воздействует тепловой поток, поступающий от продуктов сгорания;
- на внешней поверхности величина теплового потока равна нулю $q = 0$ (тепловой поток в окружающую среду пренебрежимо мал по сравнению с внутренним тепловым потоком);
- величина коэффициента теплоотдачи на внутренней поверхности не изменяется за весь период нагрева.

Исследованием температурного состояния стенки ракетного двигателя проведены рядом авторов (Ворожева О.А., Ягодников Д.А. «Расчетное исследование теплового состояния ракетного двигателя малой тяги на газообразных компонентах топлива кислород - метан, работающего в импульсном режиме», Ковалева Ю.С., Богачева Д.Ю. «Оценка теплового состояния камеры сгорания жидкостных ракетных двигателей малой тяги, работающего на экологически чистых компонентах топлива», Ягодников Д.А., Буй Динь Тан «Моделирование теплообменных процессов в камере сгорания при импульсных и стационарных режимах работы»).

Математическая постановка этой задачи представляется начально-краевыми задачами для уравнения теплопроводности

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L \quad (1)$$

с начальными

$$t = 0 : T = T_0, \quad 0 \leq x \leq L;$$

и со вторыми, третьими и смешанными краевыми условиями, последние из которых имеют вид

$$x = 0 : -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = k_1 (T^{e1} - T), \quad t > 0; \quad x = L : -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q_2, \quad t > 0. \quad (2)$$

Для решения данных задач рассмотрен метод конечных разностей на равномерной сетке. Пластина по толщине разбивается на $N-1$ равных промежутков. $T(x_i, t_n) = T_i^n$ – значение температуры в i -ом узле в момент времени $t = t_n = n \cdot \tau$. Здесь τ – шаг интегрирования по временной координат, n – номер шага по времени.

Уравнение (1) аппроксимируется неявной разностной схемой

$$\rho \cdot c \cdot \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \lambda \cdot \left(\frac{T_{i+1}^{n+1} - 2 \cdot T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2} \right), \quad i = 2, \dots, N-1, n \geq 0. \quad (3)$$

Компьютерный эксперимент проведен для задач со вторыми, третьими и смешанными краевыми условиями на основе языка программирования Pascal. Аналогично [1] рассмотрены следующие теплофизические характеристики.

Количество пространственных узлов $N=50$.

Для стальной пластины $t = 600$ секунд при $L = 0.3\text{ м}$, $\lambda = 46 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{С})$, $\rho = 7800 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c = 460 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{С})$, $T_0=50^\circ\text{С}$.

Для медной пластины $t=600$ секунд, $\lambda = 384 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{С})$, $\rho = 8800 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c = 381 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{С})$. Толщина пластины $L = 0.3\text{ м}$. Начальная температура $T_0=50^\circ\text{С}$. На границе $x=0$ пластина контактирует с внешней средой ($\kappa_1 = 1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot^\circ\text{С})$, $T^{e1} = -30^\circ\text{С}$), на границе $x = L$ тепловой поток $q = 10^7 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

Приведем для примера результаты для задачи со смешанными краевыми условиями (2). Графики, полученные при данных граничных условиях, имеют вид:

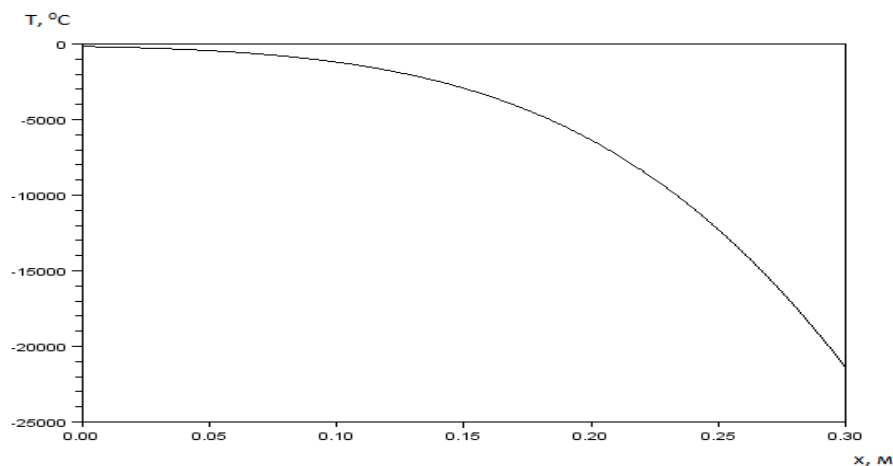


Рис. 1. Результат компьютерного эксперимента краевой задачи с граничными условиями третьего и второго рода. График температурного поля для стальной пластины

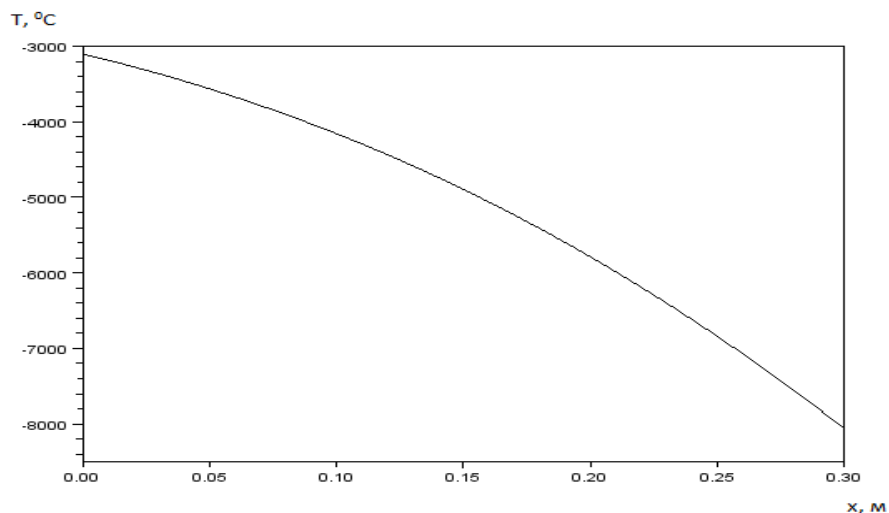


Рис. 2. Результат компьютерного эксперимента краевой задачи с граничными условиями третьего и второго рода. График температурного поля для медной пластины

Вид этих графиков при проведенном эксперименте аналогично [2], [3] подтвердил корректность рассмотренной разностной схемы и возможность ее использования для исследования поля температур стенки ракетного двигателя без теплозащитного покрытия.

Список литературы

1. Кузнецов Г.В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности. Томск: Изд-во ТПУ, 2007. 172 с.
2. Орлов Б.В., Мазинг Г.Ю. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. Москва: Изд-во Машиностроение, 1968. 536 с.
3. Уимпресс Р.И. Внутренняя баллистика пороховых ракет. Иностранная литература, 1952. 190 с.