ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КВАТЕРНИОНОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ В ФОТОГРАММЕТРИИ

Ким Хон Ир[1], Рю Чхоль Бом[2], Ким Жун Хян[3], Жен Чхол[4]

[1]Ким Хон Ир – кандидат географических наук, преподаватель,
кафедра геодезической информационной техники, факультет зондирования ресурсов,
Политехнический университет им. Ким Чака;
[2]Рю Чхоль Бом - кандидат технических наук, научный сотрудник,
кафедра управления, факультет электронной науки,
Институт естественных наук;
[3]Ким Жун Хян – доктор географических наук, преподаватель;
[4]Жен Чхол - доктор географических наук, преподаватель,
кафедра геодезической информационной техники, факультет зондирования ресурсов,
Политехнический университет им. Ким Чака,
г. Пхеньян, Корейская Народно-Демократическая Республика

Аннотация: *элементы внешнего ориентирования аэросъемки играют важную роль при определении положения и ориентации камеры во время съемки. В последнее время широкое распространение получила съёмка с низколетящих летательных аппаратов, особенностью которой является проблема стабилизации положения и ориентации съёмочной аппаратуры. В этих условиях проблему определения параметров внешнего ориентирования невозможно решить традиционными методами фотограметрии. В работе представлены алгоритм решения уравнения коллинеарности на основе аппарата алгебры кватернионов и метод определения параметров внешнего ориентирования независимо от начального значения и угла наклона. Кроме того, определены элементы ориентации в различных условиях, таких как начальное значение лежит в диапазоне 0°~40°, и подтверждено то, что элементы ориентации определяются независимо от начального значения.*

Ключевые слова: *фотограмметрия, внешняя ориентация, кватернион.*

УДК 528.74

Введение

Элементы внешнего ориентирования аэрофотоснимка играют важную роль в производстве ортофотопланов, а также определении положения и угловой ориентации съёмочной системы в момент получения снимка.

Существуют много методов определения элементов внешнего ориентирования аэрофотосъемки, но обычно используется строгий метод, основанный на решении уравнения колинеарности. Однако, этот метод используется для съёмки профессиональными топографическими аэрофотокамерами, угол отклонения от надира которых, как правило, не превышает 3 °. В последнее время широкое распространение получила съёмка с беспилотных летательных аппаратов, особенностью которой является слабая стабилизации положения и ориентации съёмочной аппаратуры, в результате чего углы отклонения съёмочной аппаратуры от надира могут достигать 10 °. В этих условиях традиционные методы анализа фотограмметрии не могут точно определить внешний элемент ориентации.

В данной работе представлен алгоритм решения уравнения колинеарности условного на основе аппарата алгебры кватернионов, установлен метод определения элементов внешнего ориентирования независимо от начального значения и угла наклона в соответствии с последней тенденцией развития и подтверждена его точность путем экспериментальных расчетов.

1. Представление матрицы вращения через нормированные кватернионы

Любой кватернион Q может быть представлен в следующем виде [2]:

$$Q = D + Ae_x + Be_y + Ce_z$$

где D – скалярный компонент; A, B, C – направляющие косинусы (координаты) векторного компонента; e_x, e_y, e_z – ортонормированнй базис.

В кватернионной алгебре базисные единицы обладают следующими свойствами:

$$e_x^2 = e_y^2 = e_z^2 = -1,\;\; e_x e_y = -e_y e_x = e_z,\;\; e_y e_z = -e_z e_y = e_x,\;\; e_x e_z = -e_z e_x = e_y$$

Нормированный кватернион q опредляется следующим образом:

$$q = \frac{1}{N}(D + Ae_x + Be_y + Ce_z) = d + ae_x + be_y + ce_z \qquad (1)$$

где $N = \cos ec \dfrac{\theta}{2} = \sqrt{D^2 + A^2 + B^2 + C^2}$

θ – угол поворота-пространства вокруг оси вращения кватерниона

Для нормированных кватернионов справедливо следующее условие:

$$d^2 + a^2 + b^2 + c^2 = 1 \qquad (2)$$

Элементы матрицы вращения могут быть выражены через элементы нормированного кватерниона с нормой равной единице следующим образом:

$$R = \begin{pmatrix} d^2 + a^2 - b^2 - c^2 & 2(ab - ad) & 2(ac + bd) \\ 2(ab + cd) & d^2 - a^2 + b^2 - c^2 & 2(bc - ad) \\ 2(ac - bd) & 2(bc + ad) & d^2 - a^2 - b^2 + c^2 \end{pmatrix} \qquad (3)$$

На основании выражения (3) эйлеровы углы можно представить как функции параметров вращения:

$$\left.\begin{array}{l} \varphi = \arctan(-R_{13} / R_{33}) \\ \omega = \arcsin(-R_{23}) \\ \kappa = \arctan(R_{21} / R_{22}) \end{array}\right\} \qquad (4)$$

2. Линеаризация уравнения коллинеарности путем нормироанного кватерниона

Фундаментальное уравнение космической фотограмметрии, представленное в форме уравнения коллинеарности, выглядит следующим образом [1]:

$$\left.\begin{array}{l} x - x_0 = -f\,\dfrac{a_{11}(X - X_S) + a_{12}(Y - Y_S) + a_{13}(Z - Z_S)}{a_{31}(X - X_S) + a_{32}(Y - Y_S) + a_{33}(Z - Z_S)} = -f\,\dfrac{U}{W} \\ y - y_0 = -f\,\dfrac{a_{21}(X - X_S) + a_{22}(Y - Y_S) + a_{23}(Z - Z_S)}{a_{31}(X - X_S) + a_{32}(Y - Y_S) + a_{33}(Z - Z_S)} = -f\,\dfrac{V}{W} \end{array}\right\} \qquad (5)$$

где

$$\left.\begin{array}{l} U = a_{11}(X - X_S) + a_{12}(Y - Y_S) + a_{13}(Z - Z_S) \\ V = a_{21}(X - X_S) + a_{22}(Y - Y_S) + a_{23}(Z - Z_S) \\ W = a_{31}(X - X_S) + a_{32}(Y - Y_S) + a_{33}(Z - Z_S) \end{array}\right\}$$

В уравнении (5), элементы матрицы вращения выражаются следующим образом:

$$\left.\begin{array}{lll} a_{11} = d^2 + a^2 + b^2 + c^2, & a_{12} = 2(ab - cd), & a_{13} = 2(ac + bd) \\ a_{21} = 2(ab + cd), & a_{22} = d^2 - a^2 + b^2 - c^2, & a_{23} = 2(ac - bd) \\ a_{31} = 2(ac - bd), & a_{32} = 2(bc + ad), & a_{33} = d^2 - a^2 - b^2 + c^2 \end{array}\right\}$$

Из четырех компонентов нормированного кватерниона три компонента ~~элемент~~а *a*, *b*, и *c* являются независимыми, а *d* определяется из условия (2).

Линеаризованное уравнение (5) принимает следующий вид:

$$\left.\begin{array}{l} x' + v_x - x_0 = \dfrac{\partial x}{\partial a}\Delta a + \dfrac{\partial x}{\partial b}\Delta b + \dfrac{\partial x}{\partial c}\Delta c + \dfrac{\partial x}{\partial X_S}\Delta X_S + \dfrac{\partial x}{\partial Y_S}\Delta Y_S + \dfrac{\partial x}{\partial Z_S}\Delta Z_S + x^0 \\ yx + v_y - y_0 = \dfrac{\partial y}{\partial a}\Delta a + \dfrac{\partial y}{\partial b}\Delta b + \dfrac{\partial y}{\partial c}\Delta c + \dfrac{\partial y}{\partial X_S}\Delta X_S + \dfrac{\partial y}{\partial Y_S}\Delta Y_S + \dfrac{\partial y}{\partial Z_S}\Delta Z_S + y^0 \end{array}\right\} \qquad (6)$$

где, x', y' – измеренное значение; x^0, y^0 – приближенное значение.

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$_x$□□□$_y$ - поправки

Частные производные в уравнении (6) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial x}{\partial a} = -\frac{1}{W}\left\{2f\left(a \cdot dX + b \cdot dY + c \cdot dZ\right) + 2(x' - x_0)(c \cdot dX + d \cdot dY - a \cdot dZ)\right\}$$

$$\frac{\partial x}{\partial b} = -\frac{1}{W}\left\{2f\left(-b \cdot dX + a \cdot dY + d \cdot dZ\right) + 2(x' - x_0)(-d \cdot dX + c \cdot dY - b \cdot dZ)\right\}$$

$$\frac{\partial x}{\partial a} = -\frac{1}{W}\{2f(-c \cdot dX - d \cdot dY + a \cdot dZ) + 2(x' - x_0)(a \cdot dX + b \cdot dY + c \cdot dZ)\ \}$$

$$\frac{\partial x}{\partial X_S} = \frac{1}{W}[a_{11} \cdot f + a_{31} \cdot (x' - x_0)]$$

$$\frac{\partial x}{\partial Y_S} = \frac{1}{W}[a_{12} \cdot f + a_{32} \cdot (x' - x_0)]$$

$$\frac{\partial x}{\partial Z_S} = \frac{1}{W}[a_{13} \cdot f + a_{33} \cdot (x' - x_0)]$$

$$\frac{\partial y}{\partial a} = -\frac{1}{W}\{2f(b \cdot dX - a \cdot dY - d \cdot dZ) + 2(y' - y_0)(c \cdot dX + d \cdot dY - a \cdot dZ)\ \}$$

$$\frac{\partial y}{\partial b} = -\frac{1}{W}\{2f(a \cdot dX + b \cdot dY + c \cdot dZ) + 2(y' - y_0)(-d \cdot dX + c \cdot dY - b \cdot dZ)\ \}$$

$$\frac{\partial y}{\partial c} = -\frac{1}{W}\{2f(d \cdot dX - c \cdot dY + b \cdot dZ) + 2(y' - y_0)(a \cdot dX + b \cdot dY + c \cdot dZ)\ \}$$

$$\frac{\partial y}{\partial X_S} = \frac{1}{W}[a_{21} \cdot f + a_{31} \cdot (y' - y_0)]$$

$$\frac{\partial y}{\partial Y_S} = \frac{1}{W}[a_{22} \cdot f + a_{32} \cdot (y' - y_0)]$$

$$\frac{\partial y}{\partial Z_S} = \frac{1}{W}[a_{23} \cdot f + a_{33} \cdot (y' - y_0)]$$

$$dX = X - X_S\,,\quad dY = Y - Y_S\,,\quad dZ = Z - Z_S$$

Подставляя частные производные значения в уравнение (6), уравнение поправочного значения в соответствии с n колинеарностными условными уравнениями получается следующим образом:

$$V = A\overline{X} + L \qquad (7)$$

где,

$$V = (V_{X1}V_{X2}\cdots V_{Xn}V_{Y1}V_{Y2}\cdots V_{Yn})^T$$

$$L = (L_{X1}L_{X2}\cdots L_{Xn}L_{Y1}L_{Y2}\cdots L_{Yn})^T$$

$$L_{Xi} = x^0 - x_i' + x_0\,,\quad L_{Yi} = y^0 - y_i' + y_0$$

$$\overline{X} = (\Delta a \quad \Delta b \quad \Delta c \quad \Delta X_S \quad \Delta Y_S \quad \Delta Z_S)^T$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a} & \frac{\partial x_1}{\partial b} & \frac{\partial x_1}{\partial c} & \frac{\partial x_1}{\partial X_S} & \frac{\partial x_1}{\partial Y_S} & \frac{\partial x_1}{\partial Z_S} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial a} & \frac{\partial x_n}{\partial a} & \frac{\partial x_n}{\partial c} & \frac{\partial x_n}{\partial X_S} & \frac{\partial x_n}{\partial Y_S} & \frac{\partial x_n}{\partial Z_S} \\ \frac{\partial y_1}{\partial a} & \frac{\partial y_1}{\partial b} & \frac{\partial y_1}{\partial c} & \frac{\partial y_1}{\partial X_S} & \frac{\partial y_1}{\partial Y_S} & \frac{\partial y_1}{\partial Z_S} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial a} & \frac{\partial y_n}{\partial a} & \frac{\partial y_n}{\partial c} & \frac{\partial y_n}{\partial X_S} & \frac{\partial y_n}{\partial Y_S} & \frac{\partial y_n}{\partial Z_S} \end{pmatrix}$$

3. Алгоритм определения внешних элементов ориентации на основе стандартизированного кватерниона

Применяя принцип наименьших квадратов в уравнение (7), стандартное уравнение получается следующим образом:

$$A^T A\overline{X} + A^T L = 0 \qquad (8)$$

От уравнения (8) поправочные значения внешних элементов ориентации определяются следующим образом:

$$\overline{X} = -\left(A^T A\right)^{-1} A^T L \qquad (9)$$

Внешние элементы ориентация определяются посредством итеративного процесса решения уравнения (9).

Итеративный процесс:

(1) Начальные значения для неизвестных параметров берутся $X_S^0 = 0$, $Y_S^0 = 0$ $Z_S^0 = 0$ и $a^0 = 0$, $b^0 = 0$, $c^0 = 0$, $d^0 = 1$ и поправочные значения неизвестных параметров рассчитываются в уравнении (9)

(2) Исправляются начальные значения неизвестных параметров следующим образом:

$$X_S = X_S^0 + \Delta X_S, Y_S = Y_S^0 + \Delta Y_S, Z_S = Z_S^0 + \Delta Z_S$$

$$a = a^0 + \Delta a, b = b^0 + \Delta b, c = c^0 + \Delta c$$

$$d = d^0 - (a \cdot \Delta a + b \cdot \Delta b + c \cdot \Delta c) / d$$

(3) Подставляя исправленные неизвестные параметры в уравнение (9), пересчитывается неизвестные параметры.

Итеративный процесс вычисления продолжается до тех пор, что следующее условие удовлетворено.

$$\left| \overline{X}^{(K+1)} - \overline{X}^{(K)} \right| < \delta \qquad (10)$$

где, $\delta = 10^{-8}$

4. Пример расчета

Для практической проверки предложенных алгоритмов рассчитаны координаты точек изображения, используя внешние элементы ориентации и опорные точки, установленные для шести моделированных фотографий с внутренними элементами ориентации: f = 153.24 mm, $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$.

В таблице 1 представлен набор внешних элементов ориентации и в таблице 2 показаны координаты опорных точек.

Таблица 1. Внешние элементы ориентации

No	X_s**,m**	Y_s**,m**	Z_S**,m**	$\omega,^\circ$	$\varphi,^\circ$	$\kappa,^\circ$
1	39795	27477	7573	0	3	1
2	39795	27477	7573	3	4	10
3	39795	27477	7573	10	40	20
4	39795	27477	7573	30	20	40
5	39795	27477	7573	-30	20	40
6	39795	27477	7573	40	20	30

Таблица 2. Координаты опорных точек

No	**X,m**	**Y,m**	**Z,m**
1	40589	26273	2195
2	38589	26273	728
3	38589	28273	757
4	40589	28273	2386

В таблице 3 показаны результаты расчета координатов изображения, используя данные в таблице 1 и таблице 2.

Таблица 3. Координаты точек изображения

No	**изображение 1**		**No**	**изображение 2**	
	x,mm	**y,mm**		**x,mm**	**y,mm**
1	34.2984	-34.3533	1	39.2070	-21.9382
2	-15.6197	-27.1594	2	-10.8830	-22.7871
3	-16.4799	17.2468	3	-19.0072	20.8065
4	34.1176	24.2354	4	30.2029	35.9975
No	**изображение 3**		**No**	**изображение 4**	
	x,mm	**y,mm**		**x,mm**	**y,mm**
1	196.1673	3.8951	1	110.7835	87.2238

2	103.8410	-8.7165	2	51.9659	46.6074
3	81.7302	38.6623	3	17.4961	81.8059
4	155.8787	84.0479	4	60.0759	149.1278
No	**изображение 5**		**No**	**изображение 6**	
	x,mm	**y,mm**		**x,mm**	**y,mm**
1	116.5226	-125.7925	1	110.8246	118.8240
2	50.7065	-155.4141	2	43.8940	79.2154
3	16.4977	-91.3067	3	11.7885	127.4426
4	59.1156	-52.7686	4	71.6313	214.3453

С использованием данных в таблице 2 и таблице 3, результаты определения внешних элементов ориентации являются такими же, как внешними элементами ориентации, изложенных в таблице 1, независимо от выбора угла наклона и начального значения.

Выводы

В данной работе предложен алгоритм для определения внешних элементов ориентации от единичных кватернионов независимо от величины угла наклона и начальное значение неизвестного параметра в соответствии с аналитической обработкой аэрофотоснимков, сделанных небольшими самолетами или беспилотными летательными аппаратами или дирижаблями и т.д., и обоснована его справедливость путем экспериментальных расчетов.

Список литературы / References

1. *Урмаев М.С.* Космическая фотограмметрия: Учебник для вузов. М.: Недра, 1089. 279 с.
2. 李顺平. 等1. 单位四元数在航空摄影测量解算中的应用与实践. 测绘科学. 2010.1.44-47.